

Livret d'Exercices

Entrée en TSTMG

Nom et Prénom :

Commentaires du Professeur :

Ce document dûment complété est à rendre le jour de la rentrée. Vous veillerez à rédiger au mieux vos réponses. Bon courage et bonnes vacances !

Note :

Livret d'Exercices – Entrée en TSTMG

Après une année occupée à la préparation des épreuves anticipées, j'espère que vous avez ainsi pu prendre la température du travail à fournir pour le BAC. Les mathématiques posent souvent des problèmes et empêchent l'obtention de certaines orientations voire même une mention au bac.

Ne prenez pas ce document comme une sanction ! C'est tout l'inverse, sous la direction de Mme de La Rocque nous avons voulu préparer cette année au mieux. De nombreuses innovations pédagogiques seront mises en place mais cela ne doit pas enlever le point essentiel à la réussite en mathématiques : le TRAVAIL !

Tout le monde est capable d'y arriver, ce n'est pas une promesse en l'air mais une constatation sur plus d'une dizaine d'années d'enseignement. Ensemble, nous devons construire une nouvelle motivation, prenez conscience que vous être capable de tout réaliser et de tout faire.

L'un des premiers avantages du BAC TSTMG en Mathématiques c'est qu'il se compose « souvent » des mêmes parties et des mêmes formulations. Avec un travail sérieux et précis sur ces exercices il est tout à fait possible d'obtenir un 15/20 quel que soit votre niveau précédent ...

Ne perdons donc pas de temps, et travaillez dès à présent pour réussir parfaitement l'année à venir et ainsi vous structurer des dossiers intéressants à présenter dans vos futures écoles !

Le dossier est à rendre le jour de la rentrée, ce travail sera noté et un devoir sera fait pour mesurer vos lacunes et les besoins éventuels de révision. Je vous rappelle également qu'un stage est organisé fin Aout, et qu'il est vivement conseillé de le faire. (N'oubliez pas de ramener votre livret !)

Pour ce livret, j'ai choisi de cibler principalement 5 axes. Ces 5 parties ne sont pas choisies au hasard, elles composent une base essentielle quant à la réussite en TSTMG. Il est de plus très fréquent de voir au BAC des questions portées sur ces notions.

Sommaire :

- Pourcentages - Page 3.
- Suites - Page 7.
- Dérivation - Page 13.
- Statistiques - Page 18.
- Loi Binomiale - Page 23.

Partie 1 : Pourcentages.

Petits rappels : (N'hésitez pas à reprendre vos cours si ces rappels ne sont pas suffisants)

- Pour augmenter une valeur de t %, on la multiplie par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.
- Pour diminuer une valeur de t %, on la multiplie par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.
- Le taux d'évolution d'une quantité de valeur initiale Q_1 à une valeur finale Q_2 est le rapport : $\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}$.
- Il est possible d'appliquer plusieurs évolutions successives à une quantité, pour cela on multipliera successivement par les coefficients multiplicateurs associés.
- Le taux d'évolution réciproque est le taux qui permet de passer de la valeur finale à la valeur initiale.

1. Les méthodes à maîtriser absolument.

Exercice 1 – Appliquer un pourcentage d'évolution.

En octobre 2014, il s'est vendu en France 146 417 iPhones. En novembre 2014, il y a eu une baisse de 2,2 % des ventes. Combien d'iPhones ont été vendues en novembre 2014 ?

.....

Exercice 2 – Déterminer un taux d'évolution.

Zlatan Ibrahimovic s'est vu proposer une augmentation de salaire en décembre 2015, celui-ci gagnait depuis le mois de juillet 800 000 € brut et le PSG lui a proposé 1 500 000 € brut. Durant la saison 2013, Zlatan a marqué 26 buts contre 19 en 2014. Exprimer en pourcentage le taux d'évolution de chaque information.

.....

Exercice 3 – Déterminer un taux d'évolution global.

Le prix de l'électricité a augmenté de +6,5 % en 2013 après avoir augmenté de +3,1 % en 2012. Calculer le taux d'évolution global sur les deux ans.

.....
.....
.....
.....

Exercice 4 – Calculer un taux d'évolution réciproque.

En moyenne, les notes en Mathématiques des élèves de TES ont augmenté de 15%. Calculer le taux d'évolution réciproque associé à cette hausse.

.....
.....
.....
.....

2. Applications.**Exercice 5**

On sait que la population de Rennes était de 207 922 habitants en 2007, 194 656 habitants en 1982 et de 180 943 habitants en 1968.

1. La population Rennaise a augmenté de 9,6 % entre 1968 et 1975. Calculer le nombre d'habitants de Rennes en 1975.

.....
.....
.....

2. Calculer le taux d'évolution, arrondi à 0,1 %, de la population rennaise entre 1968 et 1982.

.....
.....
.....

3. Entre 1982 et 2007, la population rennaise a augmenté de 1,5 % puis de 5,2 %. Quel est le pourcentage d'évolution du nombre d'habitants entre 1982 et 2007 ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 6

La fréquentation quotidienne de la cantine est de 520 élèves, elle a baissé de 14 % par rapport à l'année dernière. Le tarif quant à lui a augmenté de 3 %, pour atteindre 4,20 €.

1. Calculer le nombre d'élèves qui fréquentaient la cantine l'an dernier.

.....
.....
.....

2. Calculer le tarif de la cantine l'an dernier.

.....
.....
.....

Exercice 7

En octobre 2014, le cours du baril de pétrole baisse fortement (-8,7 %) pour s'établir à 68,90 €.

1. Quelle est l'évolution nécessaire pour que le prix moyen du baril retrouve son prix moyen du mois de septembre 2014 ? (Non, ce n'est pas +8,7 % !)

.....
.....
.....

2. Comment peut-on contrôler le résultat qui vous avez trouvé ?

.....
.....
.....

Exercice 8

Les ventes de cannettes en Europe ont atteint les 59 milliards d'unités en 2012. Ces ventes ont progressé de 38,3 % entre 2003 et 2008, puis de 12 % entre 2008 et 2012. En 2013, il faut environ 13,2 kg de métal pour fabriquer 1000 cannettes. La masse de métal a diminué de 40 % par rapport à 1969. Entre 1969 et 1984 la masse nécessaire à la fabrication de 1000 cannettes a diminuée de 26 %.

- Quel est le taux d'évolution, à 0,1 % près, de la quantité de métal entre 1984 et 2013 ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Exercice type BAC.

Exercice 9 - Bac 2004.

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3 000 € pour l'année 1998. Depuis 1998, l'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-contre :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Evolution en pourcentage	+17%	+15%	+10%	+9%	+6%

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 à 2001 est de 10 %.

1.

- a. Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euro). Les résultats seront arrondis à l'unité.

.....

.....

.....

.....

- b. Le responsable sportif se plaint d'une diminution continue des subventions depuis 1999. Quelle confusion fait-il ?

.....

.....

2. On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5 130 €.

- a. Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.

.....

.....

.....

- b. Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à $t\%$, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?

.....

.....

.....

- c. A l'aide de ce taux, calculer le montant de la subvention, arrondie à l'unité, en 2004.

.....

.....

.....

Partie 2 : Suites.

Petits rappels :

- Une suite définie de façon explicite signifie que son terme général u_n s'exprime en fonction de n , une suite définie par récurrence signifie que l'on connaît l'expression d'un terme en fonction de la valeur du précédent.
- Si (u_n) est croissante alors $u_{n+1} > u_n$ et si (u_n) est décroissante alors $u_{n+1} < u_n$.
Donc pour étudier le signe d'une suite il faut étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$.
- Une suite (u_n) est dite arithmétique de raison r si : $u_{n+1} = u_n + r$. De plus, si (u_n) est arithmétique alors : $u_n = u_0 + nr$.
- Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r alors :
 - (u_n) est croissante si $r > 0$.
 - (u_n) est décroissante si $r < 0$.
- Une suite (v_n) est dite géométrique de raison q si : $u_{n+1} = u_n \times q$. De plus, si (v_n) est géométrique alors : $v_n = v_0 \times q^n$.
- Soit (v_n) une suite géométrique de raison q alors :
 - (v_n) est croissante si $q > 1$.
 - (v_n) est décroissante si $0 < q < 1$.

1. Les méthodes à maîtriser absolument.

Exercice 10 – Calculer à la main les premiers termes d'une suite.

1. Donner les trois premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n , par :
- $$u_n = 3n + 4.$$

.....

.....

.....

.....

.....

2. Même question pour la suite (v_n) définie par $v_0 = 5$ et, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$,
- $$v_{n+1} = 1,2v_n - 3.$$

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 11 – Etudier le sens de variation d'une suite.

Etudier le sens de variation de la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_n = 54 \times 0,8^n - 250$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 12 – Modélisation à l'aide d'une suite arithmétique.

Les grands-parents de la petite Elisa ont versé dans sa tirelire 200 € le jour de sa naissance, le 1^{er} juillet 2014. Pour chacun de ses anniversaires jusqu'à sa majorité, ils verseront 100 € supplémentaires, mais Elsa ne pourra pas toucher à sa tirelire avant ses 18 ans.

1. Quelle somme contiendra la tirelire quand Elsa aura 1 an ? 2 ans ?

.....

.....

2. Pour tout n de \mathbb{N} , on note s_n la somme en euros, versée dans la tirelire quand Elsa aura n ans. Ainsi, $s_0 = 200$.

- a. Déterminer s_1 et s_2 .

.....

.....

- b. Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer s_{n+1} en fonction de s_n puis en déduire la nature de la suite (s_n) .

.....

.....

.....

.....

- c. Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer s_n en fonction de n et en déduire la somme dont elle disposera le jour de ses 18 ans.

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 13 – Etudier le sens de variation d'une suite arithmétique.

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 2n - 3$ pour tout n de \mathbb{N} .

1. Montrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.

.....

2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .

.....

3. Déterminer de façon algébrique la valeur de n à partir de laquelle u_n est supérieur à 100.

.....

Exercice 14 – Modélisation par une suite géométrique.

D'après l'ADEME (Agence de l'Environnement et De la Maitrise de l'Environnement) en 2013, les français ont produit en moyenne 365 kg de déchets ménagers.

Un maire, étant informé que la production moyenne de déchets dans sa commune en 2013 était de 400 kg par habitant, décide d'une campagne de sensibilisation au recyclage ; il espère ainsi une réduction de cette production de 1,5 % par an, effective à partir de 2014.

1. Quel sera la quantité, en kg, de déchets par habitant en 2014 ? en 2015 ?

.....

2. Pour tout entier naturel n , on note d_n la quantité de déchets, en kg, l'année 2013 + n . Ainsi $d_0 = 400$.

- a. Déterminer d_1 et d_2 .

.....

- b. Pour tout entier naturel n , exprimer d_{n+1} en fonction de d_n et en déduire la nature de la suite (d_n) .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Applications.

Exercice 15

Un coureur de fond est habitué à courir 25 km par semaine. Pour améliorer ses performances, il décide d'augmenter chaque semaine sa distance d'entraînement de 2 500 m pour atteindre une distance hebdomadaire de 70 km.

On note d_n la distance, en kilomètres, parcourue la n -ième semaine et on pose $d_0 = 25$.

1. Calculer d_1 et d_2 .

.....

.....

.....

2.

- a. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n .

.....

.....

- b. Que peut-on en déduire pour la suite (d_n) ?

.....

.....

- c. En déduire d_n en fonction de n .

.....

.....

3. Au bout de combien de semaines aura-t-il atteint son objectif ?

.....

.....

.....

.....

Exercice 16

Le 1^{er} janvier 2015, Lucas a placé 30 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %. On note C_n le capital de Lucas au 1^{er} janvier de l'année 2015 + n, où n est un entier naturel.

1. Calculer C_1 et C_2 .

.....
.....
.....

2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n . En déduire l'expression de C_n en fonction de n.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- 3.

- a. Au 1^{er} janvier 2020, Lucas aura besoin d'une somme de 40 000 €. Montrer que le capital de son placement ne sera pas suffisant à cette date.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- b. Au 1^{er} janvier de quelle année, Lucas disposera-t-il d'un capital supérieur ou égal à 40 000 € ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Exercice type BAC.

Exercice 17 - Bac 2010.

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3000 arbres.

En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1.

a. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014 puis en 2015.

.....
.....
.....
.....

On note u_n le nombre d'arbres de l'année 2013 + n pour tout entier n entier naturel.

b. Préciser u_0 .

.....
.....

c. Expliquer pourquoi pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,95u_n + 3000$.

.....
.....
.....
.....
.....

d. En quelle année la forêt comptera t-elle plus de 57 000 arbres pour la première fois ?
On utilisera la calculatrice pour répondre à cette question.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Partie 3 : Dérivation.

Petits rappels :

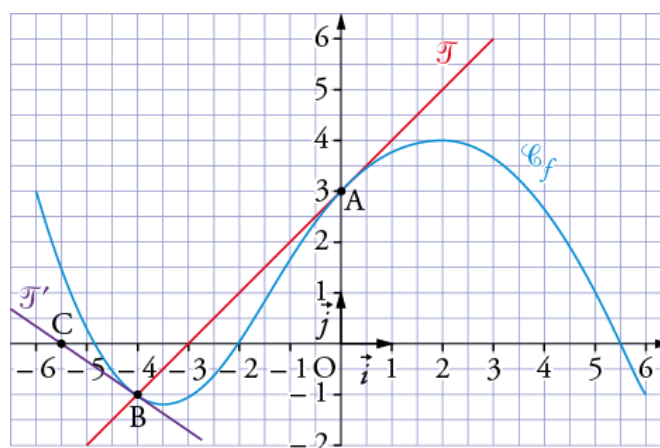
- Si le taux d'accroissement $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ de f entre a et $a+h$, tend vers un réel ℓ quand h tend vers 0 alors f est dérivable en a et ℓ est le nombre dérivé de f en a . On le note $f'(a)$.
- La tangente à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse a est une droite passant par A et dont le coefficient directeur est $f'(a)$.
- Le tableau suivant donne les dérivées des fonctions usuelles :

Fonction f	Dérivabilité et dérivée f'	
$f(x)=k$	f est dérivable sur \mathbb{R}	$f'(x)=0$
$f(x)=x$	f est dérivable sur \mathbb{R}	$f'(x)=1$
$f(x)=x^2$	f est dérivable sur \mathbb{R}	$f'(x)=2x$
$f(x)=x^3$	f est dérivable sur \mathbb{R}	$f'(x)=3x^2$

- f est croissante sur I si et seulement si pour tout a de I $f'(a) > 0$ et f est décroissante sur I si et seulement si pour tout a de I $f'(a) < 0$

1. Les méthodes à maîtriser absolument.

Exercice 18 – Déterminer graphiquement un nombre dérivé.



La fonction f est représentée par la courbe ci-dessus, Les tangentes à \mathcal{C} aux points B et A sont tracées.

1. En vous aidant du graphique, calculer $f'(-4)$ et $f'(3)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Tracer la tangente au point d'abscisse 2. Que remarque t-on ? Donner une équation de cette tangente.

.....
.....
.....
.....

Exercice 19 – Calculs de dérivées d'une somme.

Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f définie par :

- $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ sur \mathbb{R} .

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 20 – Calculs de dérivées d'un produit et d'un quotient.

Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f définie par :

- $f(x) = (x^2 + 1)(4x - 3)$ sur \mathbb{R} .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....

Exercice 21 – Sens de variation

Dresser le sens de variation de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 5$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Applications.

Exercice 22

Donner les dérivées des fonctions f définies par :

$f(x) = x^5 + x^3 + 1$ sur \mathbb{R} $f(x) = -2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 2$ sur \mathbb{R} $f(x) = x^2(-2x + 3)$ sur \mathbb{R}

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....

Exercice 23

Etudier les variations des fonctions f définies par : $f(x) = -x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$ sur \mathbb{R}

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 24

Le bénéfice journalier, exprimé en euros, réalisé par une société de location d'automobiles est donné par $B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x + 480$ où x représente la quantité de véhicules loués, avec $x \in [1; 20]$.

1. Calculer $B'(x)$.

-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
2. Etudier les variations de B sur $x \in [1; 20]$.
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

3. Pour quel nombre de véhicules loués le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

.....
.....
.....
.....

4. A quel intervalle appartient $B(x)$ si $x \in [12;18]$. Interpréter par une phrase claire le résultat obtenu.

.....
.....
.....
.....

Partie 4 : Statistiques.

Petits rappels : (N’hésitez pas à reprendre vos cours si ces rappels ne sont pas suffisants)

- La médiane est une valeur indiquant le « centre » d’une série statistique. Pour la déterminer on divise l’effectif total par 2 et on détermine ainsi la position de la médiane.
- Le diagramme en boîte est une représentation graphique permettant de placer les indicateurs Min, Q_1 , Me, Q_3 , et Max.
- La moyenne d’une série statistique est notée \bar{x} et on a : $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N}$.
- La variance d’une série statistique est notée V et on a :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$
- L’écart-type d’une série est noté σ et on a : $\sigma = \sqrt{V}$. La plupart du temps le calcul de la variance et de l’écart-type est à réaliser à la calculatrice.
- Plus l’écart-type est petit, plus les valeurs se concentrent autour de la moyenne.

1. Les méthodes à maîtriser absolument.

Exercice 25 – Construire un diagramme en boîte.

Pour la période 2000-2014, on donne ci-dessous (dans l’ordre chronologique) les températures annuelles moyennes à Marnagnane (près de Marseille), en degré Celsius :

15,9 15,2 15,7 16 15,2 14,9 16,1 15,6 15,5 16 14,8 16,1 15,5

Déterminer les nombres Min, Q_1 , Me, Q_3 , et Max. Tracer le diagramme en boîte correspondant à cette série.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 26 – Calcul de moyenne et de médiane.

Lors d'une épreuve orale de français, deux professeurs A et B ont interrogé respectivement 15 et 16 élèves. Ils ont attribué les notes suivantes :

- Série A : 7 7 7 8 8 9 10 11
 11 11 12 12 12 12 13
- Série B : 2 3 4 4 5 6 7 10
 12 12 13 13 16 17 18 18

1. Déterminer les indicateurs de position (moyenne et médiane) de chaque série. Souligner des différences entre les deux séries.

.....

2. Déterminer l'étendue et l'écart-interquartile.

.....

Exercice 27 – Calcul d'écart-type.

On donne la série ci-contre.

Valeurs	-2	0	3	5
Effectifs	1	2	4	3

1. Calculer \bar{x} et V .

.....

2. Déterminer σ et donner une analyse de ce résultat.

.....

2. Applications

Exercice 28

Le tableau ci-dessous
 tués par million
 accidents de la route
 pays de l'Union Européenne.

44	63	70	82	61	91	30	41	65	47
<i>56</i>	92	61	35	62	85	99	66	27	34
93	68	71	101	29	55	63	20		

donne le nombre de
 d'habitants dans des
 en 2013 dans les 28

En gras, figure la donnée concernant la France et en italique celle de l'Allemagne.

1. Calculer les indicateurs Min, Q_1 , Me, Q_3 , et Max et illustrer la série avec un diagramme en boite.

.....

2. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
 - a. En 2013, dans la moitié des pays de l'UE, il y a eu plus de 62 tués par million d'habitants.

.....

- b. La France fait partie du quart des pays ayant le moins de tués par million d'habitants.

.....

- c. Dans au moins 75 % des pays le nombre de tués par million de tués est supérieur à celui de l'Allemagne.

.....

Exercice 29

Un site A de vente de livres par Internet désire réaliser une étude statistique sur l'âge de sa clientèle. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Age	[18;20[[20;25[[25;30[[30;35[[35;40[[40;45[[45;50[[50;55[[55;60[60 et +
Effectif	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232

1. Estimer la moyenne et l'écart-type σ des âges des clients de cette entreprise. On prendra 65 ans pour centre de la classe « 60 ans et plus ».

.....

2. Comparer la clientèle de ce site à celle d'un site B dont les âges ont pour moyenne 37,0 ans et pour écart-type 14,4 ans.

.....

Exercice 30

1. Le tableau ci-dessous donne les prix en euros du litre d'essence (sans plomb 95) dans les 28 pays de l'union européenne en juillet 2014.

1,55	1,39	1,66	1,30	1,45	1,43	1,76	1,48	1,28	1,66
1,54	1,77	1,36	1,57	1,78	1,31	1,33	1,36	1,46	1,84
1,31	1,59	1,31	1,41	1,64	1,52	1,50	1,66		

- a. Calculer le prix moyen et l'écart-type de cette série.

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

b. Déterminer le prix médian, les quartiles puis illustrer la série par un diagramme en boîte.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. On s'intéresse maintenant au prix du litre de gasoil dans les mêmes pays en juillet 2014 et on obtient :

$$\bar{x} = 1,39 \quad \sigma = 0,14 \quad Min = 1,19 \quad Max = 1,82 \quad Me = 1,36 \quad Q_1 = 1,31 \quad Q_3 = 1,45$$

Comparer cette série à la série de prix précédente.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie 4 : Loi Binomiale

Petits rappels : (N'hésitez pas à reprendre vos cours si ces rappels ne sont pas suffisants)

- On appelle épreuve de Bernoulli de paramètre p , toute expérience aléatoire à deux issues dont l'une (appelée succès) a pour probabilité p .
- On appelle schéma de Bernoulli toute expérience aléatoire consistant à répéter n fois de façon indépendante une même épreuve de Bernoulli de paramètre p .
- Dans un schéma de n épreuves de Bernoulli de paramètre p représenté par un arbre, la loi de la variable aléatoire comptant les succès au cours des n épreuves est appelée loi binomiale de paramètre n et p . On la note $B(n; p)$.
- Si X suit une loi binomiale de paramètres n et p alors :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \text{ et } E(X) = np$$

1. Les méthodes à maîtriser absolument.

Exercice 31 – Loi binomiale avec la calculatrice.

Christophe est chargé de démarcher des clients par téléphone pour une grande entreprise. Il reçoit une prime dès que la personne contactée passe une commande, ce qui se produit avec une probabilité de 0,2. Sur 50 personnes contactées, calculer la probabilité :

- Que 10 personnes passent une commande.
- Qu'au moins 10 personnes passent commande.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 32 – Situation d’application de la loi binomiale.

On lance cinq fois de suite, de façon indépendante, une pièce de monnaie supposée équilibrée.

- X est la variable aléatoire qui indique le nombre de PILE obtenus lors des 5 lancers.
- Y est la variable aléatoire qui donne le rang du premier PILE obtenu (s’il n’apparaît pas, on prend 0).

1. Est-on en présence d’une loi binomiale ?

.....
.....
.....
.....
.....

2. Etudier si les variables X et Y suivent ou non une loi binomiale.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Calculer $P(X=3)$ et $P(Y=3)$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 33 – *Notion d'espérance.*

1. Un jeu consiste à lancer 20 fois un dé cubique supposé équilibré. Combien de 6 peut-on s'attendre à obtenir en moyenne sur un grand nombre de parties ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Un jeu consiste à tirer au hasard 7 cartes d'un jeu de 32 cartes, en remettant la carte dans le paquet après chaque tirage. Combien d'as peut-on s'attendre à obtenir en moyenne sur un grand nombre de parties ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Applications

Exercice 34

Indiquer pour chaque situation si la variable aléatoire X peut être associée ou non à une loi binomiale ; préciser n et p quand c'est le cas.

1. Un sac contient 26 jetons portant les lettres de l'alphabet. On tire simultanément 3 jetons du sac, X indique le nombre de voyelles obtenues.

.....

2. Un enfant tape au hasard 4 fois sur l'une des dix touches d'un clavier numérique. X donne le nombre de « 0 » obtenus.

.....

3. Au 1^{er} janvier 2014, 25 % de la population française est âgée d'au moins 60 ans. On prélève 10 personnes au hasard. X : nombre de personnes de 60 ans ou plus y figurant.

.....

Exercice 35

Calculer les coefficients binomiaux suivants à l'aide de la calculatrice :

$$\binom{4}{1} = \dots\dots\dots$$

$$\binom{5}{2} = \dots\dots\dots$$

$$\binom{6}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\binom{8}{3} = \dots\dots\dots$$

Exercice 36

Dans une fabrication d'objets en série, 8% de ces objets présentent un défaut. Un carton contient 12 objets qui présentent ou non le défaut, indépendamment les uns des autres. On note X le nombre d'objets qui présentent un défaut parmi les 12.

1. Démontrer que X suit une loi Binomiale dont on précisera les paramètres.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que dans un carton le nombre d'objets sans défaut soit :

- a. égal à 12.

.....
.....
.....

- b. égal à 10.

.....
.....
.....

- c. au moins 10.

.....
.....
.....

3. Sur un grand nombre de cartons ainsi constitués, combien d'objets non défectueux peut-on s'attendre à trouver en moyenne par carton ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Exercice type BAC.

Exercice 37 - Bac 2011.

La probabilité qu'un élève soit surpris le jour de l'épreuve de mathématiques au BAC ES est de 0,125. On interroge trois élèves au hasard. Calculer la probabilité qu'au moins un élève soit surpris.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 38 - Bac 2011.

On interroge au hasard trois candidats ayant passé le baccalauréat ES en 2010 pour savoir s'ils l'ont obtenu. On suppose que le nombre de candidats à cette session est suffisamment grand pour considérer ces trois réponses indépendantes.

1. Justifier l'application de la loi binomiale dans ce cadre.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calculer la probabilité que les trois candidats aient été admis.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Calculer la probabilité qu'au moins deux des candidats aient été admis.

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....

Fin ! Bonne Reentrée en Terminale.